

7. Polynomy, kořeny polynomů

Osnova: polynom, stupeň polynomu, normovaný polynom; věta o dělení polynomů, polynom dělí polynom; hodnota, kořen polynomu, kořenový činitel, k-násobný kořen polynomu, Viétovy vztahy, hledání rac. kořenů polynomu s rac. koeficienty, Hornerovo schéma, rozklad polynomu v reálném a komplexním oboru; největší společný dělitel polynomů, Euklidův algoritmus, polynomy soudělné a nesoudělné; derivace polynomu.

1. Proveďte dělení se zbytkem: a) $(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + 8) : (x - 1)$
(b) $(2x^5 - 5x^3 - 8x) : (x + 3)$
c) $(4x^3 + x^2) : (x^2 + 1)$
2. Určete násobnost kořene c polynomu $P(x)$:
a) $P(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$, $c = 2$
(b) $P(x) = x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 - 16x - 16$, $c = -2$
3. Najděte NSD polynomů: a) $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$, $x^3 + x^2 - x - 1$
(b) $x^5 + x^4 - x^3 - 2x - 1$, $3x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x - 2$
4. Najděte polynom, který má kořeny:
a) trojnásobky kořenů polynomu $x^3 - 2x^2 - 4x + 5$
b) o 1 menší než kořeny polynomu $x^3 + 2x^2 - 3x + 1$
5. Najděte všechny kořeny polynomu:
a) $x^3 - x^2 - 8x + 12$, jestliže 1 jeho kořen je dvojnásobný
b) $x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2$, jestliže 1 jeho kořen je trojnásobný
- *6. Rozložte v reálném a komplexním oboru: a) $x^4 + 4$ (b) $x^6 + 8$
- *7. Určete kořeny a číslo $k \in \mathbf{R}$ polynomu $x^3 - 27x^2 + 242x + k$, jestliže kořeny daného polynomu jsou 3 za sebou jdoucí členy aritmetické posloupnosti.

Rovnice a nerovnice s parametrem, soustavy s parametrem

SÚM 38/263, 264, (265), 268, 269, (271), 281, (283), 289; 75/116ab(d), 117; 46/334ad(e), 337a(c), 52/371b(c), 373a